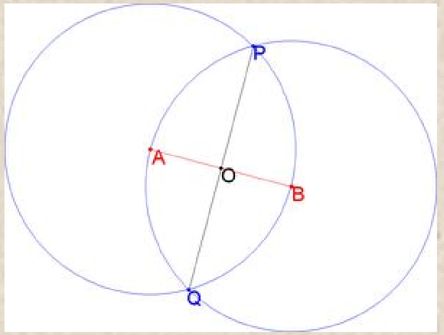
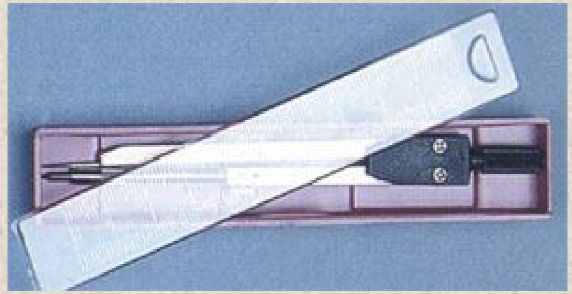
Задачи на построение с помощью циркуля и линейки





В геометрии специально выделяют задачи на построение, которые решаются только с помощью ***ЦИРКУЛЯ*** *И* ***ЛИНЕЙКИ***.

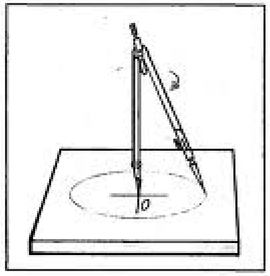


Рис. 18. Разметка окружности циркулем

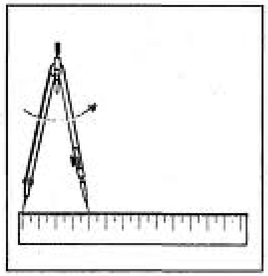


Рис. 19. Отмеривание радиуса окружности по линейке

Условные обозначения

окр(O;r) - окружность с центром в точке O и радиусом r

$\angle$ - знак угла

$\in$ - знак принадлежности

$\perp$ - знак перпендикулярности

$\cap$ - знак пересечения

{ } - в скобках указано множество точек пересечения

: - заменяет слова ”такой что”

<u>Задача 1</u> На данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному

Дано:

Луч h, O- начало

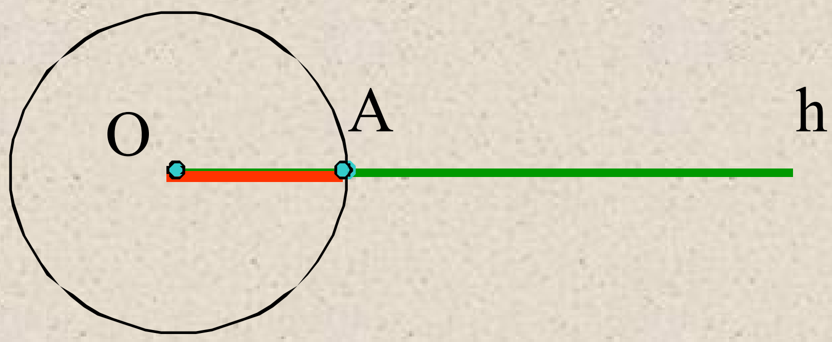
PQ-отрезок

P ├──────┤ Q

Построить:

OA: A∈h

OA=PQ



Построение:

1. окр(O;PQ)

2. h∩окр(O;PQ)= {A}

3. OA-искомый

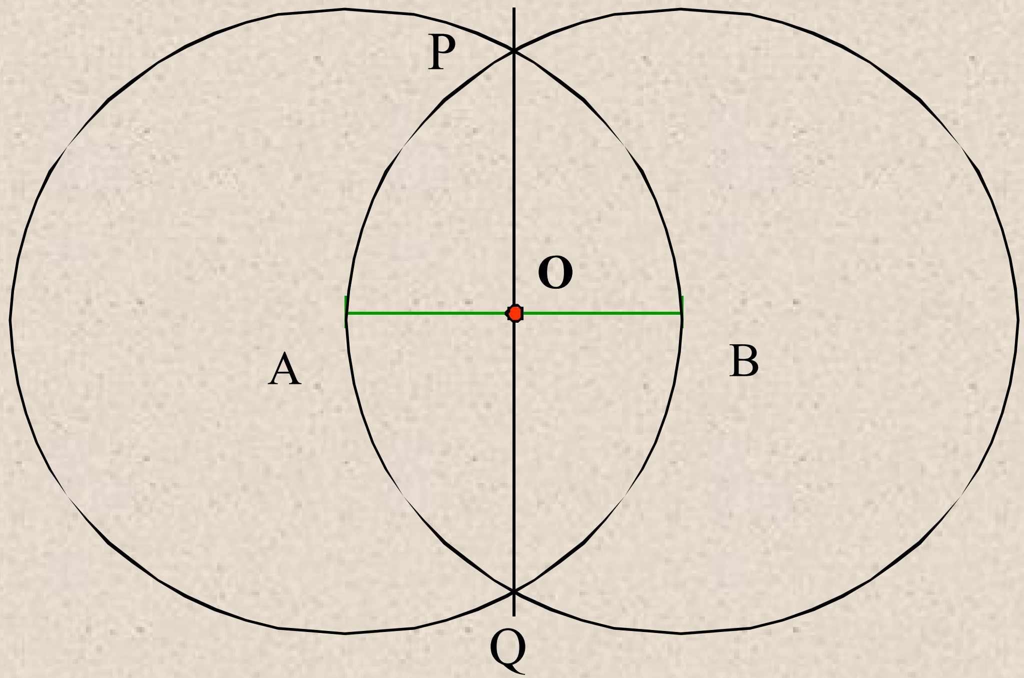
Задача 2 Построить середину данного отрезка

Дано:

AB-отрезок

Построить:

O: $O \in AB$, $OA = OB$



Построение:

1. окр(A ;AB)
2. окр(B;BA)
3. окр(A;AB)$\cap$окр(B;BA)= {P;Q}
4. PQ-прямая
5. PQ$\cap$AB={O}
6. O- искомая точка

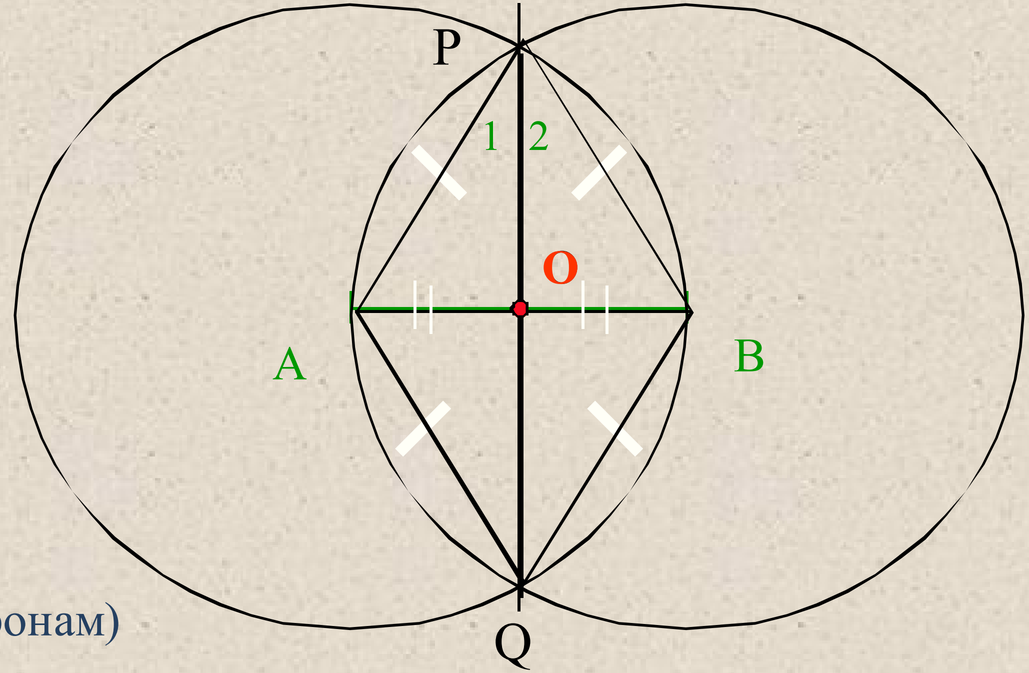
<u>*Задача 2*</u> Построить середину данного отрезка

Дано:

AB-отрезок

Построить:

O: O∈AB
OA=OB



Доказательство:

ΔAPQ=ΔBPQ(по трем сторонам)
так как 1) AP=BP=r
2) AQ=BQ=r
3) PQ-общая
Следовательно, ∠1=∠2

Значит, PO-биссектриса равнобедренного ΔAPB.

Значит, PO и медиана ΔAPB. То есть, O-середина AB.

Задача 3

Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

точка M принадлежит прямой a

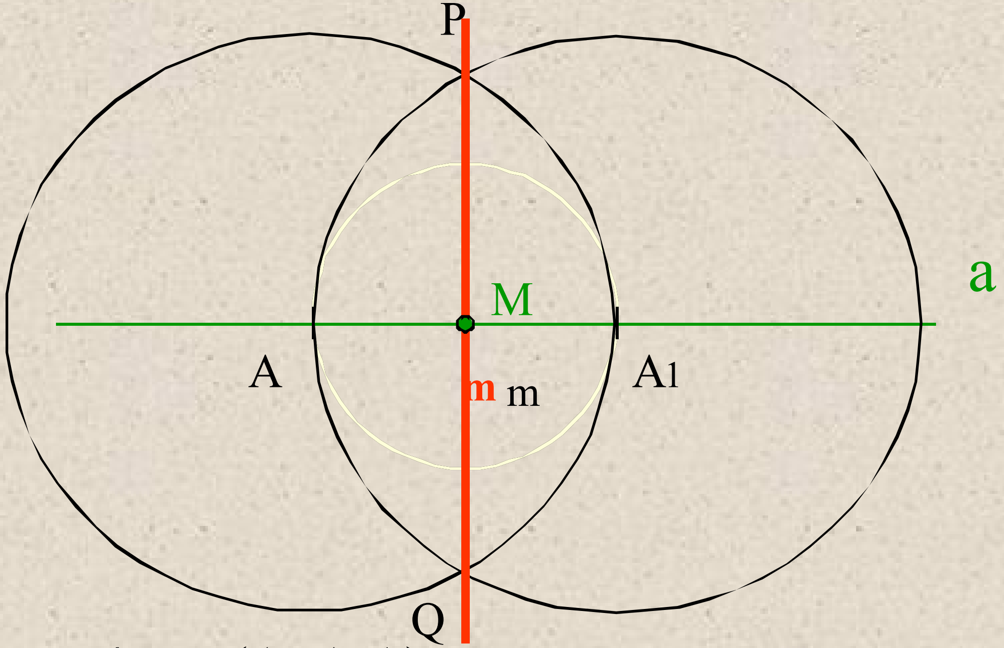
Дано:

прямая a

точка M

Построить:

m: $M \in m$
$m \perp a$



Построение:

1. окр(M;r); r-произвольный
2. окр(M;r)$\cap$a={A;A_1}
3. окр(A;AA_1)
4. окр(A_1;A_1A)
5. окр(A;AA_1)$\cap$окр(A_1;A)={P;Q}
6. прямая PQ=m
7. m-искомая

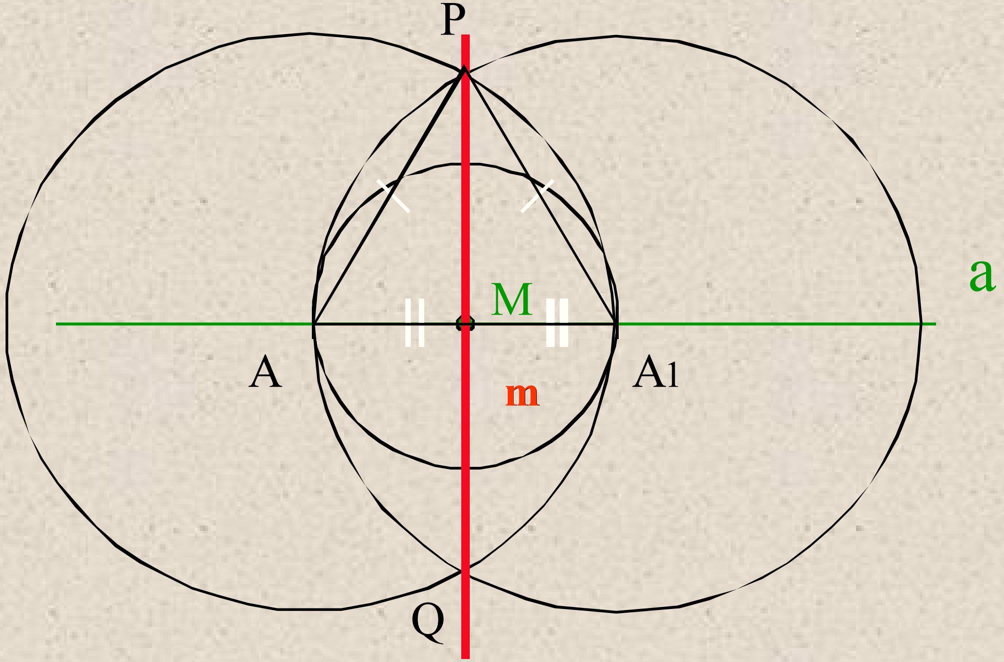
Задача 3 Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

точка M принадлежит прямой a

Дано:

прямая a

точка M



Построить:

m: $M \in m$

$m \perp a$

Доказательство:

ΔAPA_1-равнобедренный ($AP=A_1P=r$)

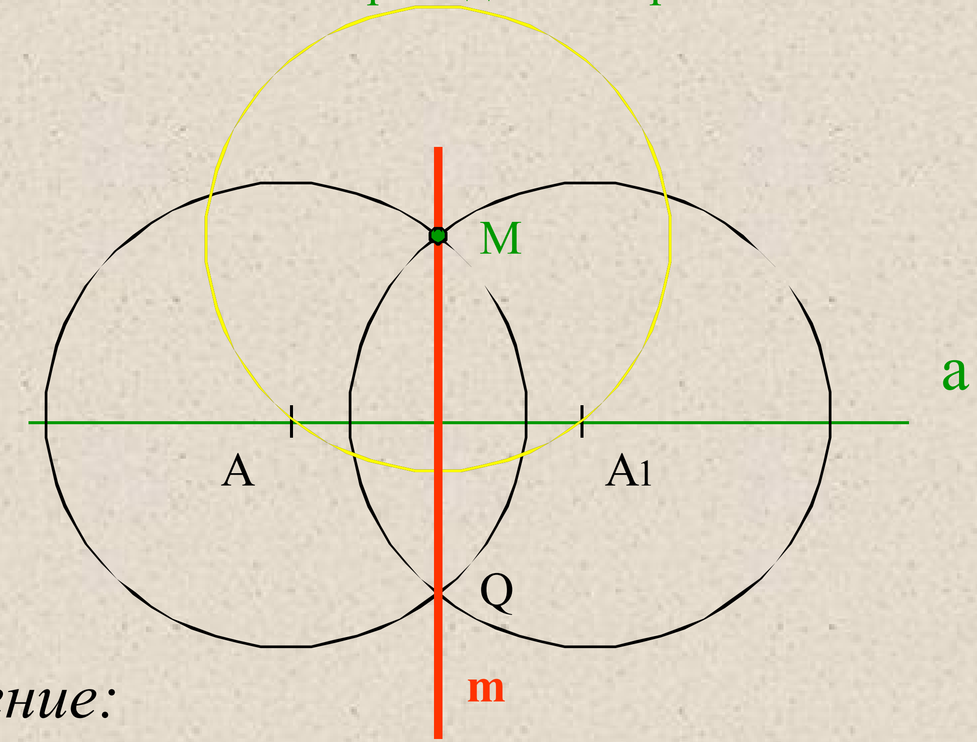
PM-медиана($MA=MA_1=r_1$)

Значит, PM-высота ΔAPA_1, т.е. $PQ \perp a$.

__Задача 4__

Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

точка М не принадлежит прямой а



__Дано:__

прямая а

точка М

Построить:

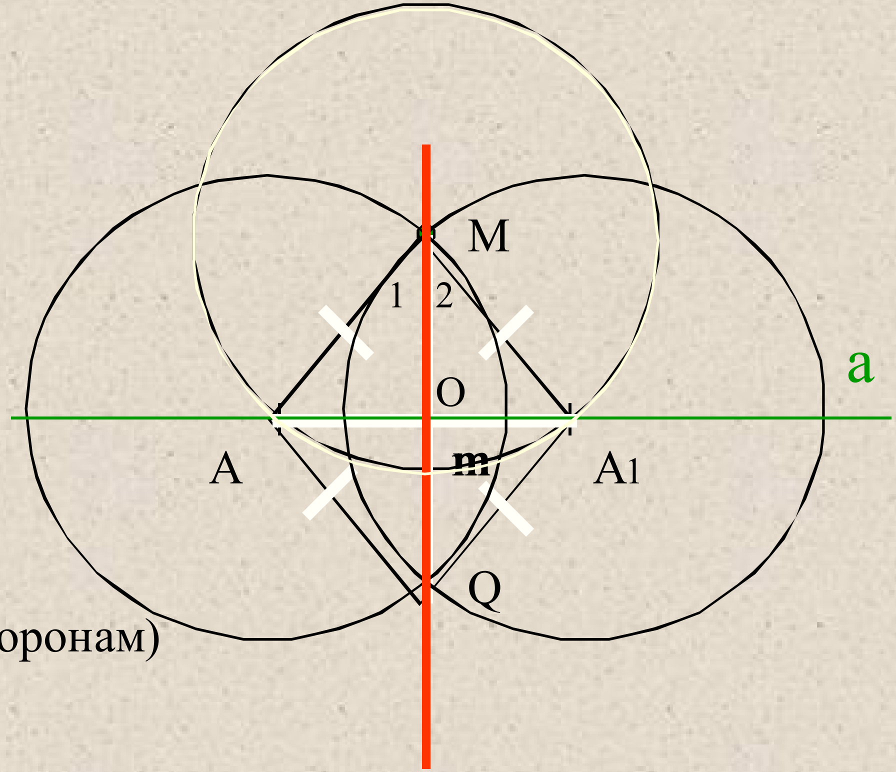
m: $M \in m$, $m \perp a$

Построение:

1. окр(M;r)
2. окр(M;r)$\cap$a={A;A_1}
3. окр(A;AM)
4. окр(A_1;A_1M)
5. окр(A;AM)$\cap$окр(A_1;A_1M)={M;Q}
6. прямая MQ=m
7. m-искомая

Задача 4 Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

точка M не принадлежит прямой a



Дано:

прямая a

точка M

Построить:

m: $M \in m$, $m \perp a$

Доказательство:

$\Delta AMQ = \Delta A_1MQ$(по трем сторонам)

так как 1) $AM=A_1M=r$

2) $AQ=A_1Q=r$

3) MQ-общая

Следовательно, $\angle 1 = \angle 2$.

Тогда, MO-биссектриса равнобедренного ΔAMA_1.

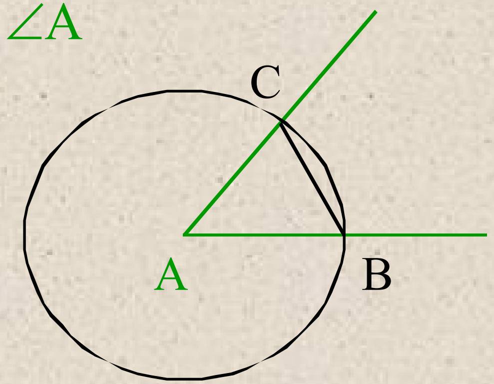
Значит, MO и высота ΔAMA_1. Тогда $MQ \perp a$.

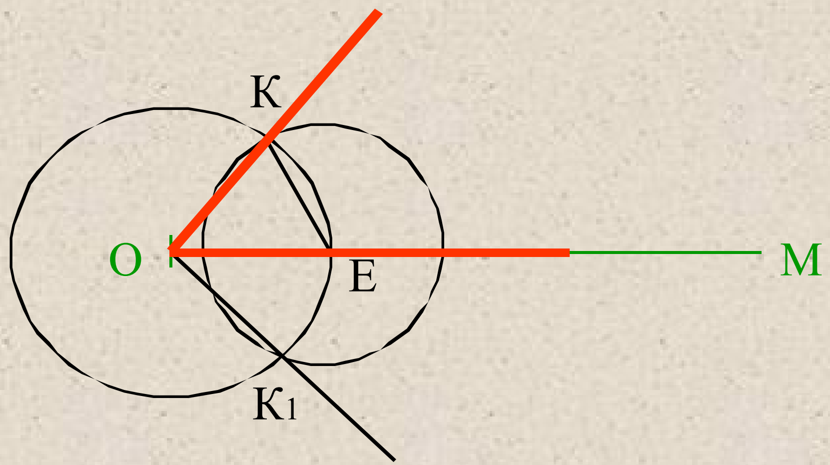
<u>Задача 5</u> Отложить от данного луча угол, равный данному

Дано:

луч ОМ

∠А





Построить:

∠КОМ=∠А

Построение:

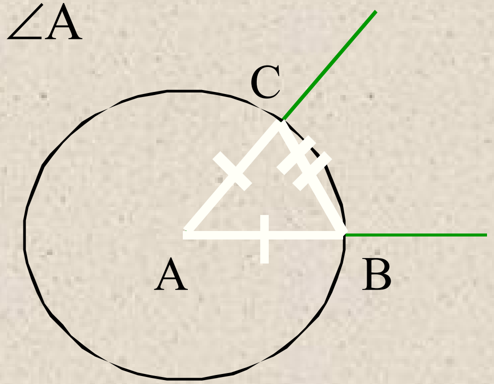
1. окр(А,r); r-любой
2. окр(А;r)∩∠А={В;С}
3. окр(О,r)
4. окр(О,г) ∩ОМ= {Е}
5. окр(Е,ВС)
6. окр(Е,ВС)∩окр(О,г)= {К;К1}
7. луч ОК; луч ОК1
8. ∠КОМ -искомый

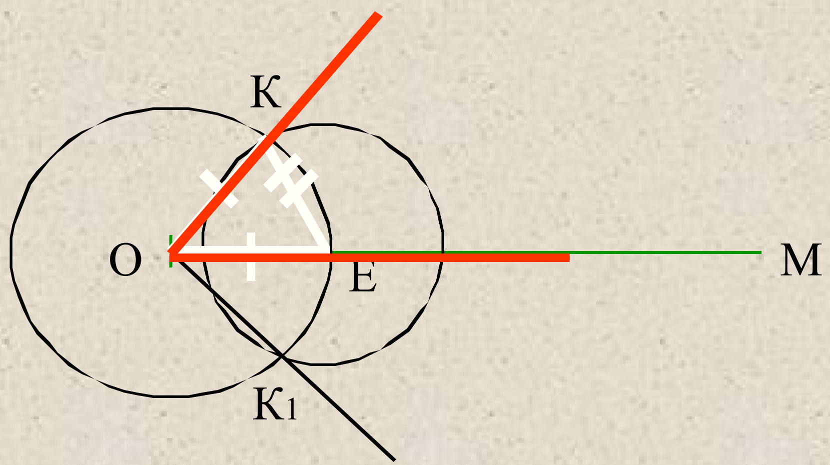
<u>Задача 5</u> Отложить от данного луча угол, равный данному

Дано:

луч ОМ

∠А





Построить:

∠КОМ=∠А

Доказательство:

ΔАВС=ΔОЕК(по трем сторонам)

так как 1) АВ=ОЕ=г

2) АС=ОК=г

3) ВС=ЕК=$г_1$

Следовательно, ∠КОМ=∠А

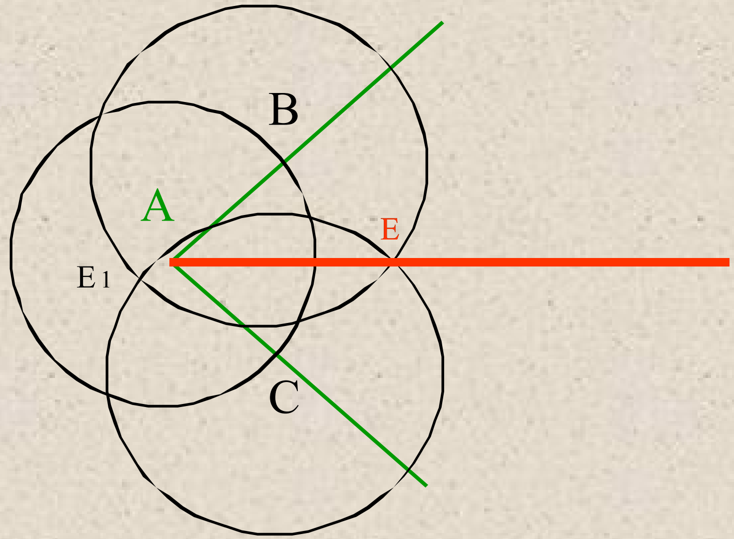
Задача 6 Построить биссектрису данного угла

Дано:

$\angle A$

Построить:

Луч AE-биссектрису $\angle A$



Построение:

1. окр(A;r); r-любой
2. окр(A;r)$\cap\angle$A={B;C}
3. окр(B;r_1)
4. окр(C;r_1)
5. окр(B;r_1)$\cap$окр(C;r_1)={E;E_1}
6. E-внутри $\angle$A
7. AE-луч
8. AE-искомый

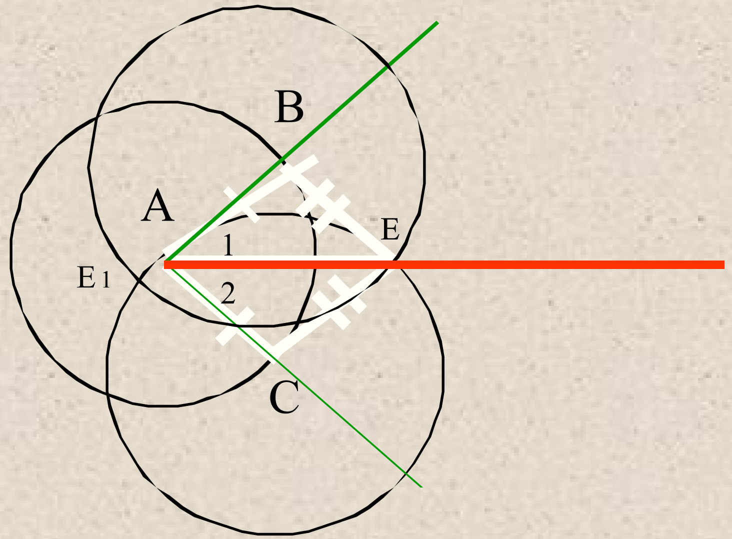
<u>**_Задача 6_**</u> Построить биссектрису данного угла

Дано:

$\angle A$

Построить:

Луч АЕ-биссектрису $\angle A$



Доказательство:

$\Delta ABE = \Delta ACE$(по трем сторонам)

так как 1) $AC=AB=r$

2) $CE=BE=r_1$

3) AE-общая

Следовательно, $\angle 1 = \angle 2$.

Значит, АЕ-<u>биссектриса</u> $\angle A$.